



# Diseño óptimo evolutivo

F. Velázquez-Villegas y S.D. Santillán-Gutiérrez  
Centro de Diseño y Manufactura, Facultad de Ingeniería, UNAM.  
E-mails: fernvel2@gmail.com y saulsan@servidor.unam.mx

(Recibido: febrero de 2005; aceptado: noviembre de 2005)

## Resumen

En este trabajo se presenta una herramienta CAD para la optimización del diseño de armaduras planas, la cual fusiona Algoritmos Genéticos (GA) con el Análisis por Elementos Finitos (FEA) y recibe el nombre de Diseño Óptimo Evolutivo (DOPE). DOPE fue desarrollado en DELPHI (Object Pascal), y a pesar de la sencillez de su implementación, mostró muy buen desempeño. Los resultados demostraron que la herramienta es robusta, y al mismo tiempo, realiza la optimización con tiempo de proceso razonable. El alcance en este trabajo se limita a la aplicación del diseño de armaduras planas, no obstante, el concepto puede aplicarse a cualquier clase de elemento, ya sea plano o tridimensional. Tres casos de estudio son presentados para demostrar la utilidad de DOPE aplicado a armaduras planas.

**Descriptores:** Algoritmo Genético (GA), Análisis por Elementos Finitos (FEA), optimización estructural, armadura plana, diseño óptimo, computación evolutiva.

## Abstract

*This paper reports the merging of Genetic Algorithms (GA) with Finite Element Analysis (FEA) as a tool of optimization for design of trusses. The development of an experimental CAD tool is reported Evolutionary Optimal Design (DOPE). This CAD was done using DELPHI (Object Pascal) and showed very good results in spite of such basic configuration. The results lead us to optimize within reasonable processing time, so a fast and robust optimization method is obtained. The research actually embeds FEA within the GA, and the fitness function is linked to FEA, in stead of the approach of processing with GA's, confirming and redirecting with FEA used in other researches. Three cases of study are reported for confirming the utility of DOPE applied to trusses.*

**Keywords:** Genetic Algorithm (GA), Finite Element Analysis (FEA), structural optimization, plane truss, optimal design, evolutionary computing.

## Introducción

Las responsabilidades de un diseñador en el proceso de toma de decisiones durante el diseño son muchas, pero principalmente:

- Definir las especificaciones del problema.
- Elegir criterios de diseño adecuados.

- Modelar y evaluar.
- Realizar cálculos empleando técnicas como FEA.
- Interpretar y evaluar los resultados del FEA.
- Elegir la mejor de las soluciones e incluso proponer mejoras (Figura1).

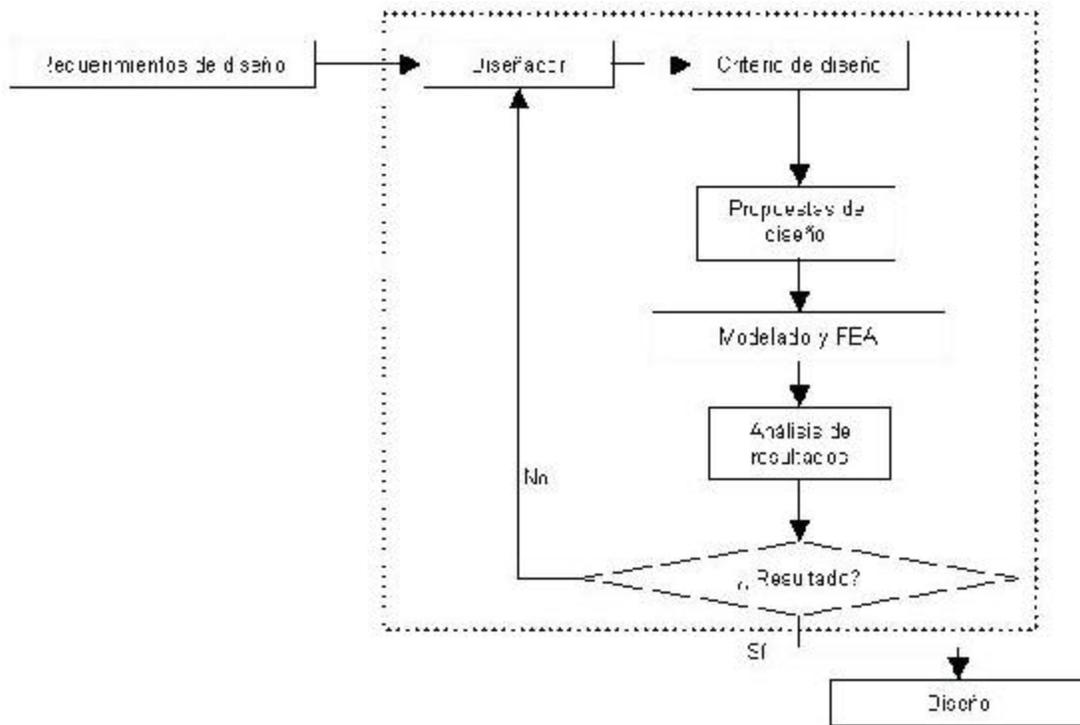


Figura 1. Etapas de diseño estructural

La última actividad en la lista, elegir la mejor solución y mejorarla, depende fuertemente de la experiencia del diseñador, por lo que no es simple. Además, el diseñador no dispone de los parámetros o la capacidad suficientes para asegurar que la última propuesta de solución que obtenga sea la óptima, ya que le es físicamente imposible evaluar el espectro completo de posibles soluciones. Entonces, resulta atractivo tener una herramienta que permita obtener soluciones de un problema de diseño lo más cercanas posibles a la óptima, cuyo desempeño no dependa de la experiencia del diseñador. La incorporación de GA a la solución de problemas de diseño de armaduras planas es una alternativa viable para desarrollar herramientas evolutivas como la descrita arriba.

### Antecedentes

Desde hace varias décadas, se han realizado estudios en el campo de optimización estructural. El desarrollo de metodologías eficientes para encontrar estructuras óptimas es muy importante, debido a que facilitaría resolver problemas complejos en áreas como la arquitectura, la ingeniería civil y mecánica.

El uso de las técnicas de la computación evolutiva, tales como los GA, se han aplicado a la solución de algunos problemas en el pasado. Goldberg (1989) y Michalewicz (1996), aplicaron GA al diseño de armaduras planas. Su objetivo fue disminuir la sección transversal de los miembros de la estructura, considerando la restricción de máximo esfuerzo, obteniendo ambos resultados similares y satisfactorios. Jenkis (1991) empleó GA a la optimización geométrica y disminución de peso de armaduras. En su estudio la topología era fija y los parámetros geométricos fueron la longitud y orientación de los miembros. Louis and Zhao (1995), trabajaron en la optimización geométrica y topológica aplicando GA.

Otro reporte en el área de optimización topológica de armaduras, fue descrito por Cagan y Mitchell (1993). En este caso, ellos aplicaron recocido simulado (Simulated Annealing) obteniendo buenos resultados.

Xie y Steven (1997) desarrollaron una técnica a la que bautizaron Optimización Estructural Evolutiva (Evolutionary Structural Optimization). Dicha técnica se basa en la remoción lenta de material

superfluo y ha sido aplicada a varios problemas, entre ellos, el diseño de armaduras planas, logrando buenos resultados.

### Propuesta

En este trabajo se fusionan GA y FEA en un algoritmo computacional para el diseño de armaduras planas óptimas. La función objetivo a maximizar está definida por el inverso de la energía de deformación multiplicado por el volumen. La intención es obtener estructuras que sean ligeras, y a la vez, que la deformación de las mismas sea mínima.

La figura 2 muestra el esquema de diseño óptimo empleando GA (DOPE). La participación del diseñador es reducida; sin embargo, es vital dado que es él quien define las especificaciones, selecciona los criterios de diseño y aplica las restricciones. El proceso de búsqueda de soluciones es desarrollado por el algoritmo que integra GA con FEA. Estructuras no rígidas pueden surgir durante el proceso, por lo que es necesario incluir

filtros que detecten y desechen tales estructuras. Dichos filtros, calculan el grado de indeterminación de las armaduras.

### Aplicación de DOPE, la optimización de armaduras planas

Las armaduras son estructuras rígidas constituidas por barras conectadas por articulaciones libres de fricción, por lo que dichas barras son sometidas sólo a cargas de tracción o compresión.

La armadura a optimizar está contenida en un dominio de diseño que se define por sus dimensiones horizontal y vertical, así como el número de divisiones en dichas direcciones. Dicho dominio de diseño, al igual que las armaduras generadas, se codifica como una cadena de números enteros positivos (el signo positivo significa la existencia de barra en la posición indicada). El algoritmo va eliminando barras del dominio para generar soluciones. Una barra eliminada se reflejará en la cadena codificada con un signo negativo en la posición eliminada (Figura 3).

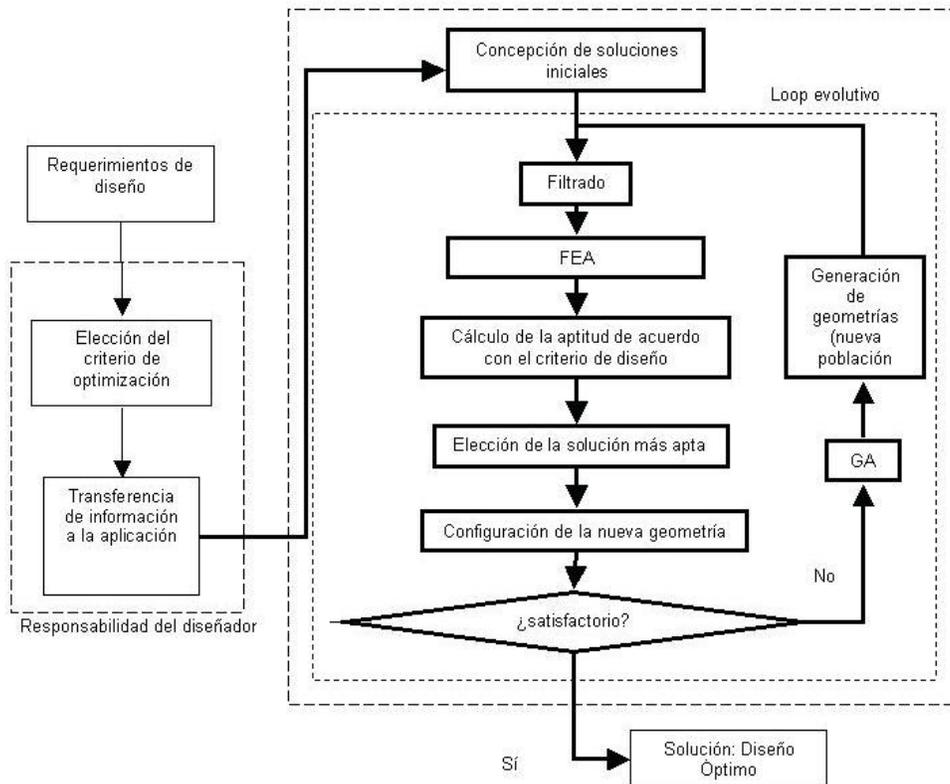


Figura 2. Etapas DOPE

## Diseño óptimo evolutivo

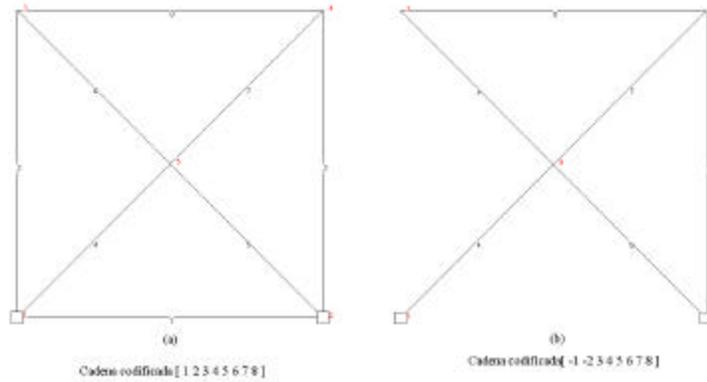


Figura 3. (a) Armadura simple inicial compuesta por 8 barras y 5 nodos. La cadena codificada se muestra abajo. (b) Se eliminan dos barras cambiando así la armadura y la cadena codificada

La función objetivo que maximiza el algoritmo es la siguiente:

$$f_e = \frac{\hat{E} U_e * V_e \ddot{o}^{-1}}{\hat{E} U_o * V_o \ddot{o}}$$

$$U_e = \hat{A} U_j = \frac{1}{2} \hat{A} s_j e_j V_j$$

$$V_e = \hat{A} V_j = \hat{A} A_j l_j$$

donde  $f$  es la función objetivo,  $U$  la energía de deformación,  $V$  el volumen de una armadura,  $A$  el área transversal de una barra,  $l$  la longitud de la barra,  $\sigma$  es el esfuerzo y  $\epsilon$  la deformación de una barra. Los subíndices "e" y "o" corresponden a la armadura generada y al dominio de diseño respectivamente,  $j$  se refiere a la  $j$ -ésima barra en el dominio de diseño.

Por otra parte, para mejorar el desempeño del GA se le hicieron algunas modificaciones. El algoritmo puede ser aplicado con crossover de punto simple o doble y se incluye elitismo en la selección. La razón para realizar estas modificaciones al GA simple, es que tanto el crossover de doble punto y el elitismo favorecen el desempeño y la convergencia del mismo (De Jong, 1980).

Se implementaron tres criterios de paro que dieron como resultado evitar que el algoritmo realice cálculos innecesarios una vez que un óptimo ha sido encontrado:

- a) Máximo número de generaciones (MNG),
- b) Pérdida de diversidad en la población (PDP) y
- c) Repetición del mejor individuo durante 10% del MNG establecido (RMI).

En las figuras 4 y 5, respectivamente, se muestran el GA modificado y el algoritmo DOPE implementados.

### Caso de estudio 1

Para definir valores adecuados de los parámetros evolutivos (probabilidad de crossover  $p_c$  y probabilidad de mutación  $p_m$ ), se aplicó DOPE al dominio de diseño, el cual se puede definir; asimismo, consiste de 8 barras y 5 nodos (Figura 3a). Una carga vertical de 500 N aplicada en el nodo central y nodos de la base totalmente restringidos.

La sección transversal de las barras 0.0009 m<sup>2</sup>, módulo de Young de 210GPa y módulo de Young de 386 MPa son las características de las barras. Se probaron varias estrategias o valores de los parámetros y se encuentran en la tabla 1.

En la figura 6 se muestran algunos de los individuos de la primera población. La armadura óptima está formada por dos barras como se indica en la figura 7(c). El volumen es 79.29% menor que el del dominio de diseño. El esfuerzo

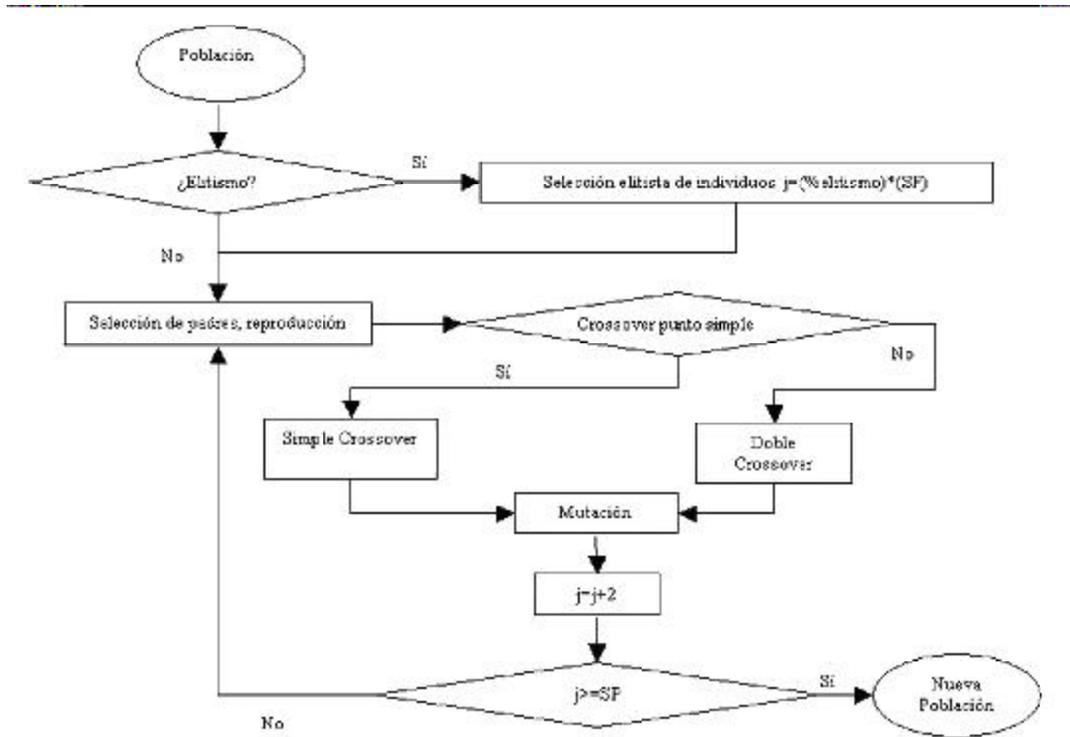


Figura 4. GA simple modificado

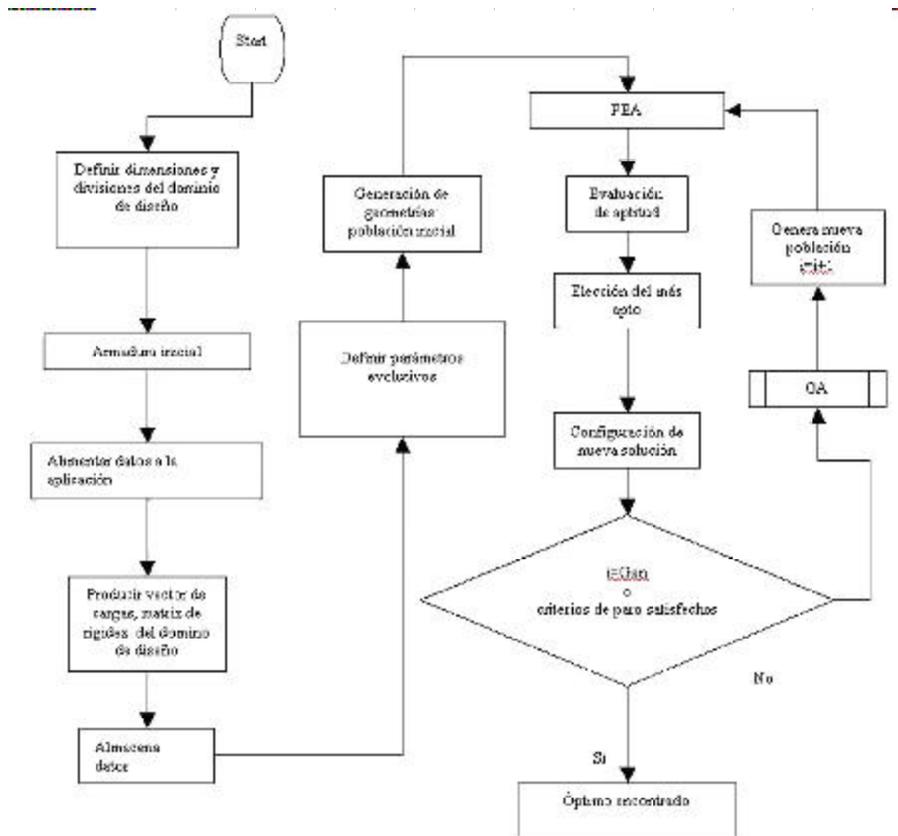


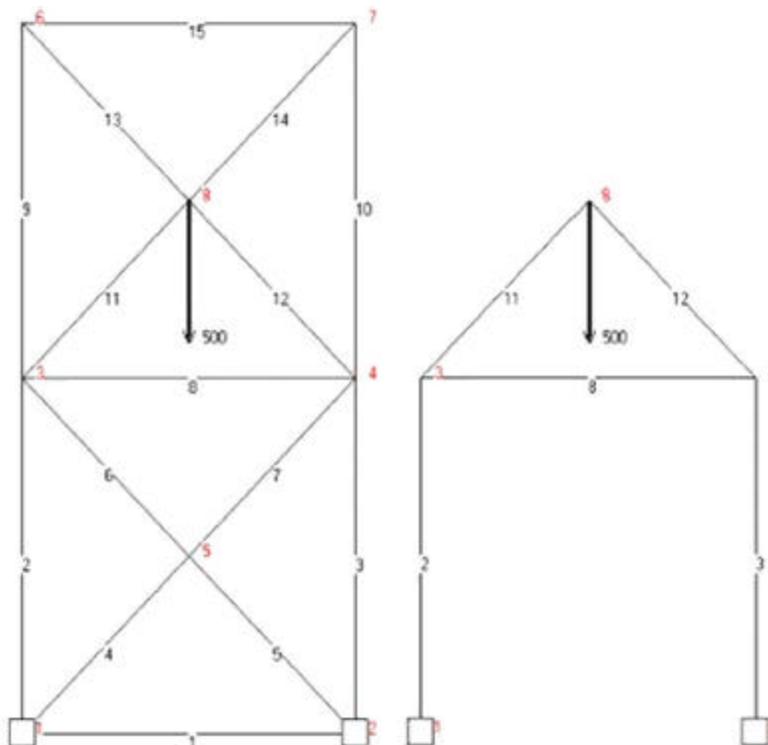
Figura 5. Diagrama del algoritmo computacional

## Diseño óptimo evolutivo

*Tabla 1. Estrategias caso de estudio 1*

Estrategia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tamaño de población (SP)	25	50	75	25	25	25	25	25	25	25
Generaciones (gen)	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
$p_c$	0.7	0.7	0.7	0.45	0.6	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
$p_m$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.05	0.1	0.1	0.1
Elitismo	Nulo	Nulo	Nulo	10%						
Crossover	Simple	Simple	Doble	Doble						
Óptimo alcanzado / generación	no	no	no	no	no	no	Sí / 733	Sí / 224	Sí / 183	Sí / 11
Máxima generación	956	350	245	761	719	236	933	424	383	61
Paro	RMI	RMI	RMI	PDP	RMI	RMI	RMI	RMI	RMI	PDP

promedio aumentó de 132.243 kPa a 392.837 kPa, lo cual implica un incremento del 297%.



*Figura 6. Diversidad de la población inicial, caso de estudio 1*

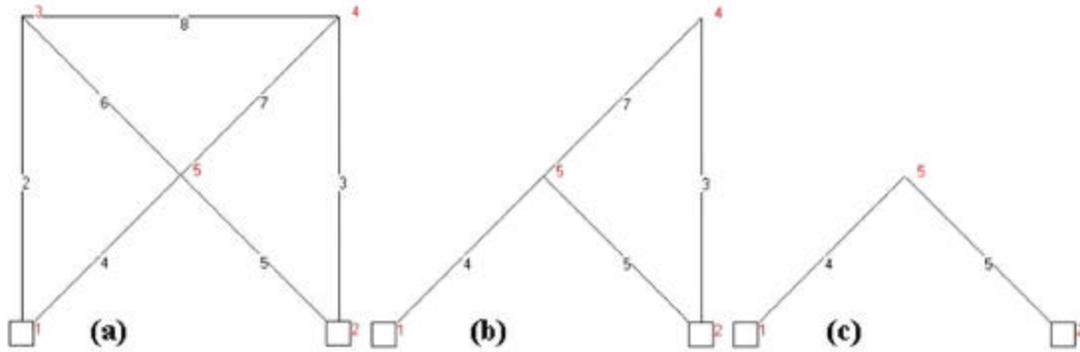


Figura 7. Etapas evolutivas, caso de estudio 1

De los resultados mostrados en la tabla 1 se pueden concluir varias cosas: de las estrategias 7 y 8 el valor elevado en  $p_c$  (0.75) es recomendable y el valor de  $p_m$  debe oscilar necesariamente entre 0.05 y 0.1, de la 9, es clara la ventaja de crossover de doble punto sobre el de punto sencillo. Finalmente, en la estrategia 10 se demuestra la valía del elitismo para acelerar el desempeño del algoritmo.

### Caso de estudio 2

En la figura 8 se encuentran, tanto el dominio de diseño como la armadura óptima para este caso. Las dimensiones del dominio son 0.5 m de longitud por 1 m de altura. Los nodos de la base están totalmente restringidos y se aplica una carga de 500N en el nodo 8. La sección transversal y el material son considerados en el caso 1. Los parámetros empleados son: tamaño de población  $SP=20$ , máximo número de generaciones  $Gen=2000$ ,  $p_c=0.7$ ,  $p_m=0.1$ , crossover de doble punto y elitismo del 10%. El volumen del dominio es de  $5.7 \times 10^{-3} m^3$  y su esfuerzo promedio 137.3 kPa. La armadura óptima representa sólo el 43% ( $2.4 \times 10^{-3} m^3$ ) en volumen del dominio, pero su

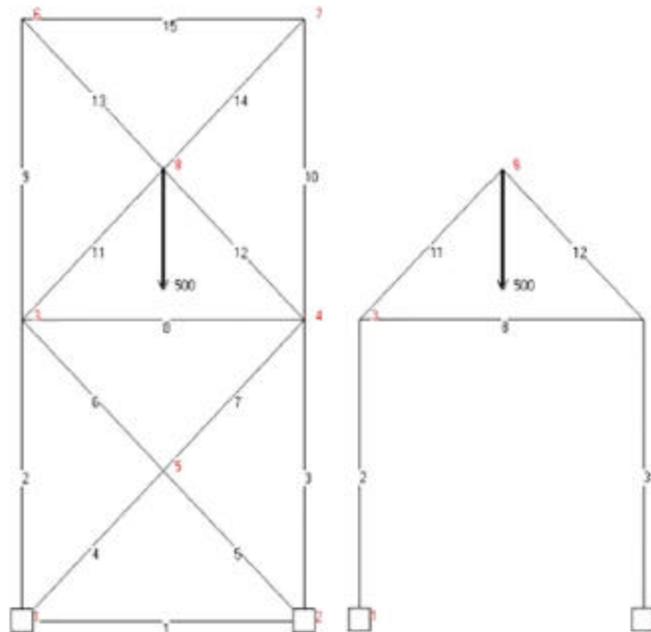


Figura 8. (a) Dominio de diseño. (b) Armadura óptima, caso de estudio 2

esfuerzo promedio se incrementa 96.5% (269.8kPa). Este resultado se dio después de 113 generaciones y el paro fue por PDP.

### Caso de estudio 3

Se determinó la armadura óptima para el dominio de diseño de 0.75 m por 0.5m, mostrado en la figura 9. Los nodos inferiores derecho e izquierdo fueron restringidos totalmente y se aplicaron dos cargas verticales de 1000N en los nodos 13 y 14. Las condiciones de material y sección son las mismas que en los casos anteriores. Los valores de los parámetros  $SP=0.75$ ,  $Gen=1600$ ,  $p_c=0.75$ ,  $p_m=0.1$ , crossover de doble punto, y elitismo del

10%. El volumen del dominio de diseño es  $7.6 \times 10^{-3} m^3$ , mientras que el esfuerzo promedio es 286 kPa.

Algunos de los diferentes estados evolutivos en este caso se muestran en la figura 10 y el óptimo en la figura 11. Dicho óptimo muestra un esfuerzo promedio sólo 5% mayor (300.3 kPa); sin embargo, la disminución de 42% de volumen es importante. El criterio de paro activado fue RMI EN LA GENERACIÓN 1219. La figura 12 exhibe el comportamiento de la aptitud relativa. Cada cambio de pendiente en la curva refleja la mejora en el individuo idóneo de la generación. La gran cantidad de cambios

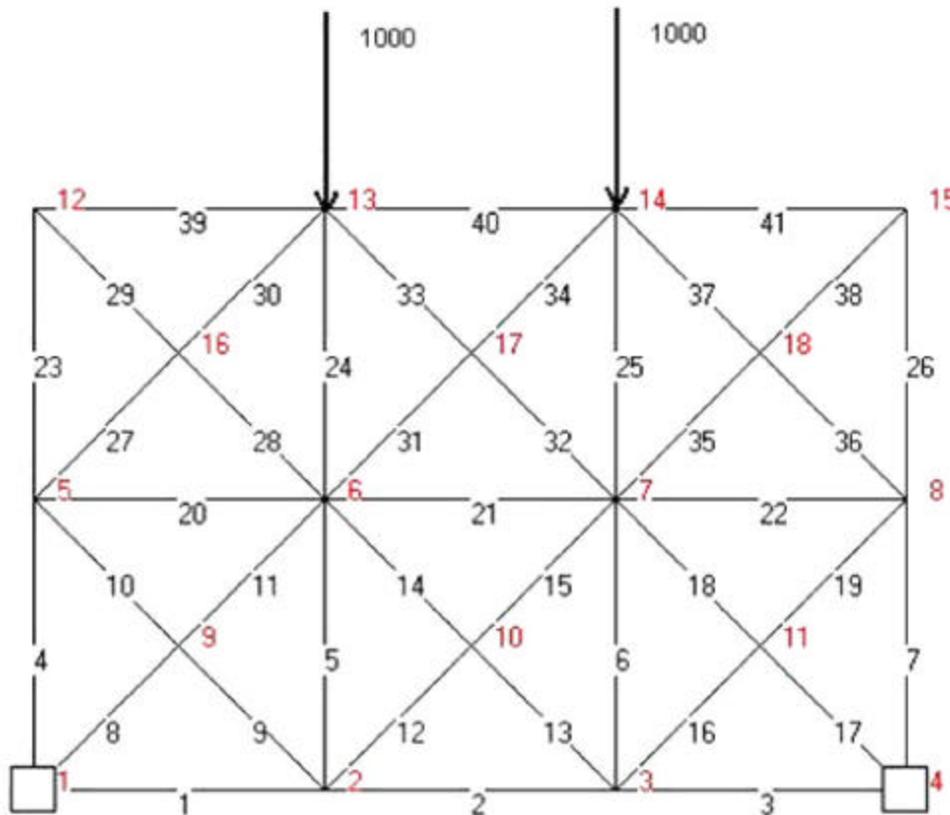


Figura 9. Dominio de diseño, caso de estudio 3

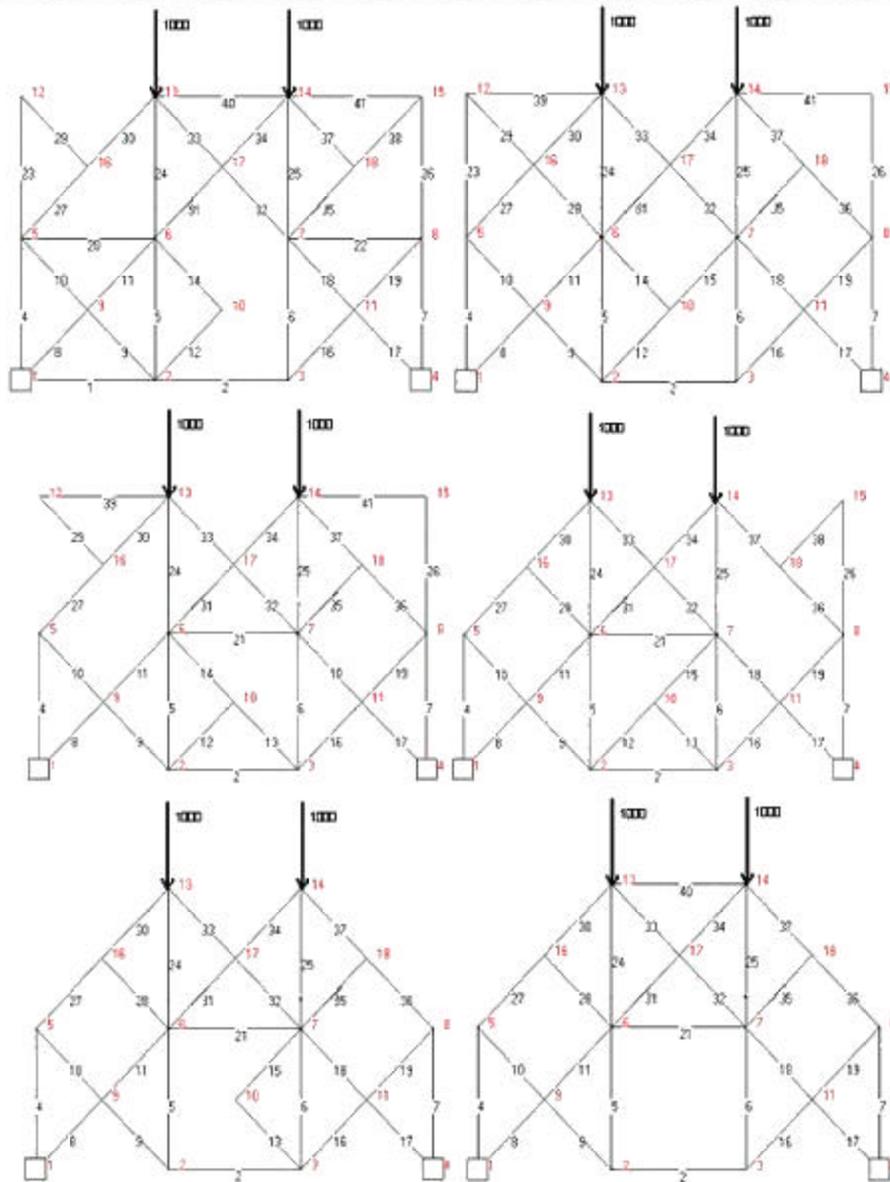


Figura 10. Etapas evolutivas en el caso de estudio 3

## Diseño óptimo evolutivo

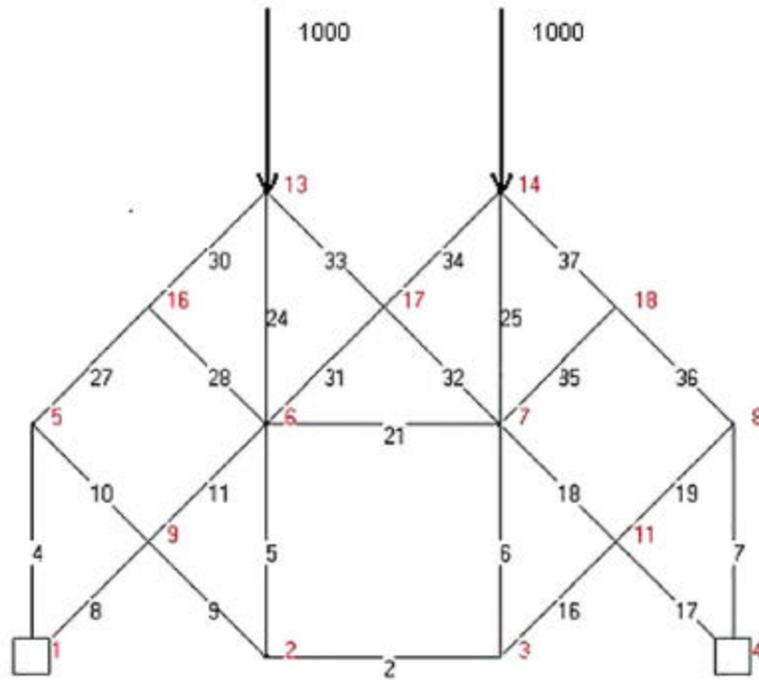


Figura 11. Armadura óptima, caso de estudio 3

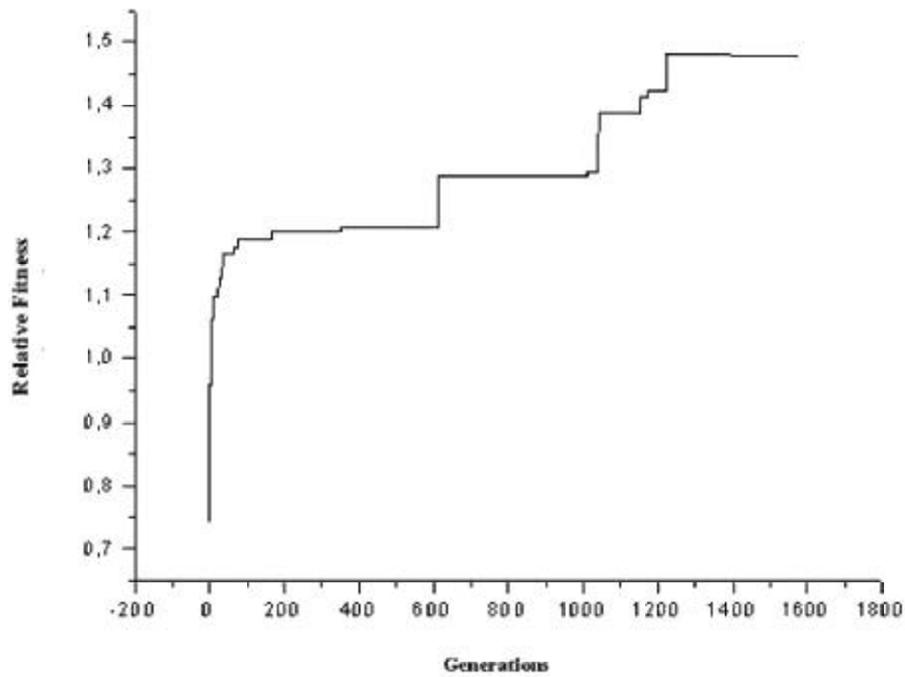


Figura 12. Aptitud relativa vs. Generación, caso de estudio 3

de pendiente, indican que la búsqueda realizada por el algoritmo fue amplia.

### Conclusiones

Para un diseñador es de suma importancia contar con herramientas rápidas y eficientes que faciliten su labor. La fusión de GA y FEA, además de producir una herramienta con las virtudes enunciadas anteriormente, sólo requiere que se le alimenten algunos pocos datos para realizar su trabajo. Los resultados obtenidos de los tres casos de estudio demuestran que implementar GA con el problema de diseño de armaduras planas es muy útil y no complicado.

El buen desempeño del algoritmo depende de los valores de los parámetros evolutivos. De acuerdo con los resultados valores de  $p_c$  alrededor de 0.7 y de  $p_m$  entre 0.05 y 0.1 favorecen el desempeño cuando el crossover de doble punto y elitismo moderado son combinados. Valores elevados de elitismo provocan pérdida de diversidad perdiendo la riqueza del espacio de búsqueda.

### Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACYT) por el apoyo proporcionado para la realización de este trabajo a través del proyecto U-3503 "Optimización Estructural de Elementos Mecánicos por Medio de Computación Evolutiva"

### Referencias

- Cagan J. and Mitchell W.J. (1993). *A Grammatical Approach to Network Flow Synthesis*. Preprints of the IFIP WG 5.2, Workshop on Formal Design Methods for Computer-Aided Design, Estonia, pp. 153-166.
- De Jong K.A.(1980). *Adaptive System Design: A Genetic Approach*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-10(9), pp. 566-574.
- Goldberg D.E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company. USA

- Jenks W. (1991). *Towards Structural Optimization via the Genetic Algorithm*. Computers and Structures, 40(5):1321-1327.
- Louis S.J. (1993). *Genetic Algorithms as a Computational Tool for Design*. PhD thesis, Indiana University, Bloomington. Department of Computer Sciences.
- Michalewicz Z. (1996). *Evolutionary Algorithms for Constrained Engineering Problems*. University of Michigan Press.
- Suchil J.L. and Fang Z. (1995). Domain Knowledge for Genetic Algorithms. *International Journal of Expert Systems*, JAI Press, 8, No. 3, pp. 195-212.
- Xie Y.M. and Steven G.P. (1997). *Evolutionary Structural Optimization*. Springer, London.

### Bibliografía sugerida

- De Jong K.A.(1975). *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. Doctoral dissertation. Dissertation Abstracts International 36(10), 5140B University of Michigan, USA.
- Holland J.H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. University of Michigan Press, USA.
- Holland J.H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press.
- Housner G.W. and Houdson D.E. (1965). *Applied Mechanics Static*. New Jersey: D. Van Nostrand Company.
- Koza J.R. (1992). *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Santillán S.G. (1998). *Metaheuristic Search using Genetic Algorithms for Boothroyd's Design for Assembly*. PhD dissertation. University of Loughborough, England.

---

### Semblanza de los autores

*Fernando Velázquez-Villegas.* Se tituló como ingeniero mecánico en la Facultad de Ingeniería de la UNAM en el 2001. Asimismo, obtuvo el grado de maestro en ingeniería mecánica en 2003, ambos con mención honorífica; actualmente realiza estudios de doctorado en el área de diseño mecánico. Desde los estudios de maestría su línea de investigación es el área de diseño evolutivo y computación evolutiva. Otras áreas de su interés son el método de los elementos finitos, materiales para el diseño, diseño óptimo y manufactura. Colabora como ayudante de profesor en el CDM desde el año 2002.

*Saúl Daniel Santillán-Gutiérrez.* Se graduó como ingeniero mecánico electricista en 1988 y posteriormente obtuvo el grado de maestro en ingeniería mecánica en 1992 en la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Realizó el doctorado en ingeniería de diseño en 1998, en la Loughborough University of Technology en Inglaterra. Ha dirigido tesis de licenciatura en el área de diseño mecánico, así como proyectos de investigación y desarrollo tecnológico. Es miembro de la Sociedad de Exalumnos de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (SEFI), de la American Society of Mechanical Engineers (ASME), de la Asociación de Ingenieros Universitarios Mecánicos Electricistas (AIUME), así como miembro fundador de la Sociedad Mexicana de Ingenieros Mecánicos. Actualmente imparte cursos en DEPEFI y en la licenciatura, en el área de desarrollo de productos, inteligencia artificial y métodos de diseño.